

**Analiza zespolona**  
**Lista 2**

**Zad 1.** Znaleźć  $|z|$  oraz  $\arg z$ , gdy:

a)  $z = (1 + i)(2 + i)(3 + i)$ ,

b)  $z = \frac{1+i}{3-i}$

c)  $z = e^{i\varphi} + 1$ ,  $\varphi \in (-\pi, \pi)$ .

d)  $z = \frac{(1+i)^n}{(1-i)^n}$

**Zad 2.** Przedstawić w postaci trygonometrycznej liczby:

a) 5,    b)  $\sqrt{2}i$ ,    c)  $-1 - \sqrt{3}i$ ,    d)  $\frac{5+15i}{3-i}$ ,    e)  $(\frac{1+i}{1+i\sqrt{3}})^{2008}$

**Zad 3.** Wyznaczyć wszystkie liczby zespolone dane symbolami

a)  $\sqrt[4]{1}$ ,    b)  $\sqrt[4]{-2}$ ,    c)  $\sqrt[3]{1+i}$ ,    d)  $\sqrt[3]{-2+2i}$ ,    e)  $\sqrt[3]{\sqrt{2}i}$

**Zad 4.** Narysuj na płaszczyźnie zespolonej zbiory:

$$A = \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re}(z) \geq 0\}, \quad B = \{z \in \mathbb{C} : |z| \leq 1\},$$

$$C = \{z \in \mathbb{C} : |z - i - 1| \leq 2\}, \quad D = \{z \in \mathbb{C} : 0 < \arg(z) < \frac{1}{4}\pi \wedge |z| < 3\},$$

$$E = \{z \in \mathbb{C} : |z| > 1 \wedge |z| < 2\}, \quad F = \{z \in \mathbb{C} : |z - 2 + 3i| = 2\},$$

$$G = \{z \in \mathbb{C} : 0 \leq \arg(z) \leq \frac{\pi}{3}\}, \quad H = \{z \in \mathbb{C} : |z - 5| = |z + 1|\},$$

$$I = \{z \in \mathbb{C} : 0 \leq \arg(iz) \leq \pi\}, \quad J = \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re}(z^2) > 2 \text{ oraz } \operatorname{Im}(z^2) = 1\}.$$

**Zad 5.** Wyznaczyć parametryczne równanie:

a) prostej przechodzącej przez punkty odpowiadające liczbom zespolonym  $z_1, z_2$ ,

b) okręgu o środku  $z_0$  i promieniu  $r$ .

**Zad 6.** Znaleźć warunek na to by proste  $z(t) = z_1 + a_1t$  i  $z(t) = z_2 + a_2t$  były:

a) równoległe,

b) prostopadłe.

**Zad 7.** Wyznaczyć obraz kwadratu o wierzchołkach w punktach  $z_1 = 0, z_2 = 1, z_3 = 1 + i, z_4 = i$ , przy odwzorowaniu:

a)  $f(z) = iz$ ,

c)  $f(z) = 2iz + i$ ,

b)  $f(z) = 2iz$ ,

d)  $f(z) = z^2$ .

**Zad 8.** Znaleźć, przy odwzorowaniu  $f(z) = \frac{1}{z^2}$  obraz zbioru ograniczonego przez krzywe:  $|z| = \frac{1}{2}, |z| = 1, x = 0, y = x$  dla  $x \geq 0$ .